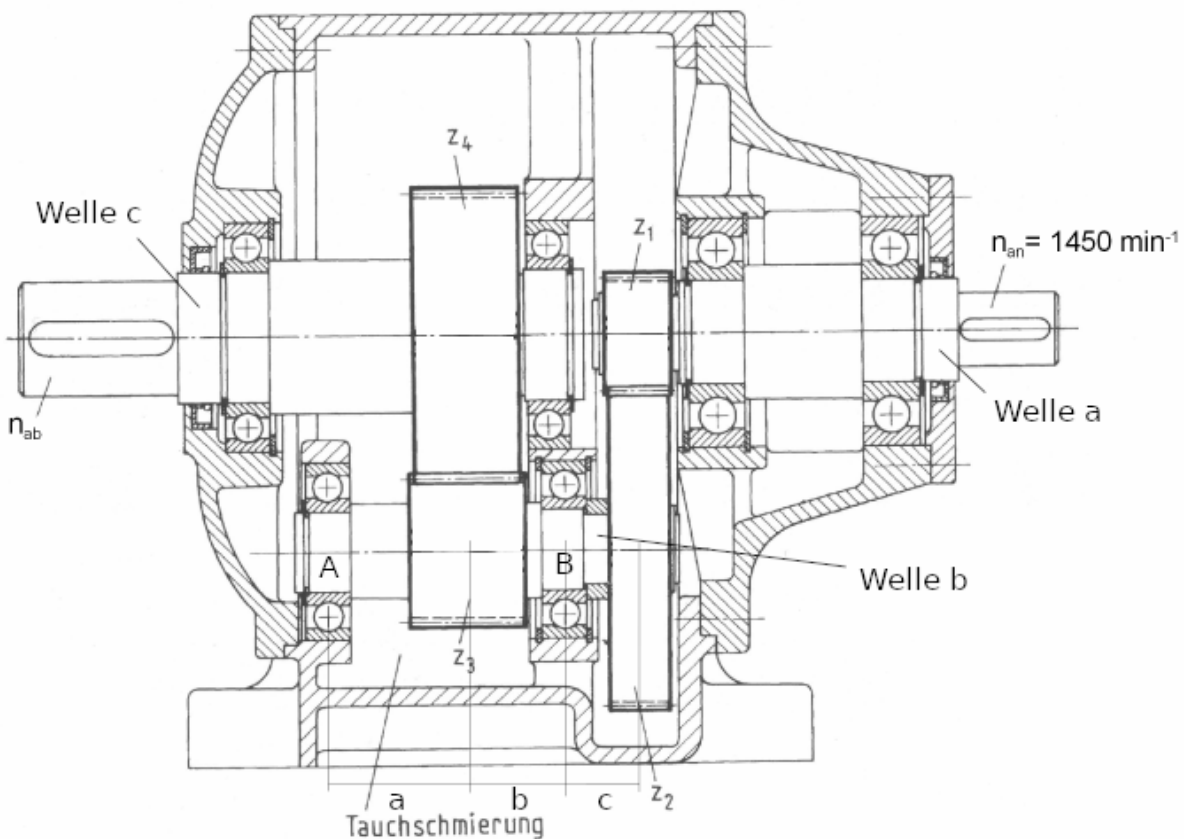


Berechnung Getriebe

Holger Hoffmann

1 Berechnung Getriebe

Gegeben ist das folgende zweistufige, gerad-verzahnte Getriebe.



Antriebsdrehzahl	$n_{an} = n_1$	1450	$\frac{1}{\text{min}}$
Antriebsleistung	P_{an}	120	kW
Zähnezahl Stirnrad 1	z_1	21	
Zähnezahl Stirnrad 2	z_2	79	
Zähnezahl Stirnrad 3	z_3	17	
Zähnezahl Stirnrad 4	z_4	83	
Modul der Stirnräder	m	5	mm
Eingriffswinkel	α	20	°
Länge a	a	300	mm
Länge b	b	200	mm
Länge c	c	170	mm
Dyn. Tragzahl Lager A (Typ 6324)	C	225000	N
Durchmesser Abtrieb Welle c	$d_{\text{Passfeder}}$	130	mm
Sicherheit	ν	1.5	

Das Material der Wellen ist 16MnCr5.

Die Passfeder zur Übertragung des Abtriebsdrehmoment der Welle c ist vom Typ DIN 6885-1-A-32-18-160, Material C45.

1.1 Anhand der Zeichnung, kreuze die wahren Aussagen an.

- Drehzahl $n_{an} < n_{ab}$
- Drehzahl $n_{an} > n_{ab}$
- Drehmoment $M_{an} < M_{ab}$
- Drehmoment $M_{an} > M_{ab}$

Woran erkennt man die obigen Aussagen, außer an den Größenverhältnissen der Stirnzahnräder?

An den Durchmessern der Wellen.

1.2 Berechne das ankommende Nenndrehmoment M_{an} .

$$M_{an} = \frac{9550 \cdot P_{an}}{n_{an}} = \frac{9550 \cdot 120 \text{ kW}}{1450 \frac{1}{\text{min}}} \approx 790 \text{ Nm}$$

1.3 Berechne die Drehzahl n_2 der Welle b und die Übersetzung der 1. Stufe $i_{1,2}$ von Stirnzahnrad 1 zu 2.

$$\begin{aligned} i_{1,2} &= \frac{z_2}{z_1} \\ &= \frac{79}{21} \\ &\approx 3.76 \end{aligned}$$

Eine Getriebeübersetzung von 3.76 bedeutet, dass sich das antreibende Rad 3.76 mal drehen muss, damit sich das angetriebene Rad (Abtrieb) einmal dreht.

$$\begin{aligned} n_2 &= n_1 \cdot \frac{1}{i_{1,2}} \\ &= n_1 \cdot \frac{z_1}{z_2} \\ &= 1450 \frac{1}{\text{min}} \cdot \frac{21}{79} \\ &\approx 385 \frac{1}{\text{min}} \end{aligned}$$

1.4 Wie groß ist das Drehmoment M_b , welches von Welle b übertragen werden muss?

$$\begin{aligned} M_b &= M_a \cdot i_{1,2} \\ &= M_a \cdot \frac{z_2}{z_1} \\ &= 790 \text{ Nm} \cdot \frac{79}{21} \\ &\approx 2972 \text{ Nm} \end{aligned}$$

1.5 Berechne die Übersetzung $i_{3,4}$ der 2. Stufe von Stirnzahnrad 3 zu 4.

$$\begin{aligned} i_{3,4} &= \frac{z_4}{z_3} \\ &= \frac{83}{17} \\ &\approx 4.88 \end{aligned}$$

1.6 Berechne die Gesamtübersetzung i_{ges} des Getriebes.

$$\begin{aligned}i_{\text{ges}} &= i_{1,2} \cdot i_{3,4} \\ &= \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3} \\ &= \frac{79}{21} \cdot \frac{83}{17} \\ &\approx 18.37\end{aligned}$$

1.7 Mit Hilfe der Gesamtübersetzung i_{ges} , berechne die Abtriebsdrehzahl n_{ab} und das Abtriebsdrehmoment M_{ab} direkt aus der Antriebsdrehzahl und dem Antriebsdrehmoment.

$$\begin{aligned}n_{\text{ab}} &= n_{\text{an}} \cdot \frac{1}{i_{\text{ges}}} \\ &= n_{\text{an}} \cdot \frac{z_1}{z_2} \cdot \frac{z_3}{z_4} \\ &= 1450 \frac{1}{\text{min}} \cdot \frac{21}{79} \cdot \frac{17}{83} \\ &\approx 79 \frac{1}{\text{min}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}M_{\text{ab}} &= M_{\text{an}} \cdot i_{\text{ges}} \\ &= M_{\text{an}} \cdot \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_4}{z_3} \\ &= 790 \text{Nm} \cdot \frac{79}{21} \cdot \frac{83}{17} \\ &\approx 14510 \text{Nm}\end{aligned}$$

1.8 Berechne den Abstand $d_{\text{a,b}}$ zwischen den Wellen a und b.

$$\begin{aligned}d_1 &= m \cdot z_1 \\ &= 5 \text{mm} \cdot 21 \\ &= 105 \text{mm}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}d_2 &= m \cdot z_2 \\ &= 5 \text{mm} \cdot 79 \\ &= 395 \text{mm}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}d_{\text{a,b}} &= d_1 + d_2 \\ &= 105 \text{mm} + 395 \text{mm} \\ &= 500 \text{mm}\end{aligned}$$

1.9 Berechne den Abstand $d_{\text{b,c}}$ zwischen den Wellen b und c. Was fällt auf?

$$\begin{aligned}d_3 &= m \cdot z_3 \\ &= 5 \text{mm} \cdot 17 \\ &= 85 \text{mm}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d_4 &= m \cdot z_4 \\
 &= 5\text{mm} \cdot 83 \\
 &= 415\text{mm}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d_{b,c} &= d_3 + d_4 \\
 &= 85\text{mm} + 415\text{mm} \\
 &= 500\text{mm}
 \end{aligned}$$

1.10 Lagerung der Welle b. Welches der beiden Wälzlager ist das Loslager, welches das Festlager? Warum verwendet man Fest- und Loslager?

Lager A ist das Loslager, Lager B das Festlager. Die Kombination aus Fest- und Loslager verwendet man um Wärmedehnungen und Fertigungstoleranzen auszugleichen.

1.11 Einbau der Wälzlager: Welche Passungen werden an den Innen- und Außenringen der Lager A und B benötigt?

- Lager A, Innenring: Übergangs- oder Übermaßpassung erforderlich
- Lager A, Innenring: Spielpassung zulässig
- Lager A, Außenring: Übergangs- oder Übermaßpassung erforderlich
- Lager A, Außenring: Spielpassung zulässig
- Lager B, Innenring: Übergangs- oder Übermaßpassung erforderlich
- Lager B, Innenring: Spielpassung zulässig
- Lager B, Außenring: Übergangs- oder Übermaßpassung erforderlich
- Lager B, Außenring: Spielpassung zulässig

1.12 Welle b: Berechne die Umfangskraft $F_{U,2}$ am Strinrad 2 um das zuvor berechnete Drehmoment M_b zu übertagen.

$$M_b = F_{u,2} \cdot \frac{d_2}{2}$$

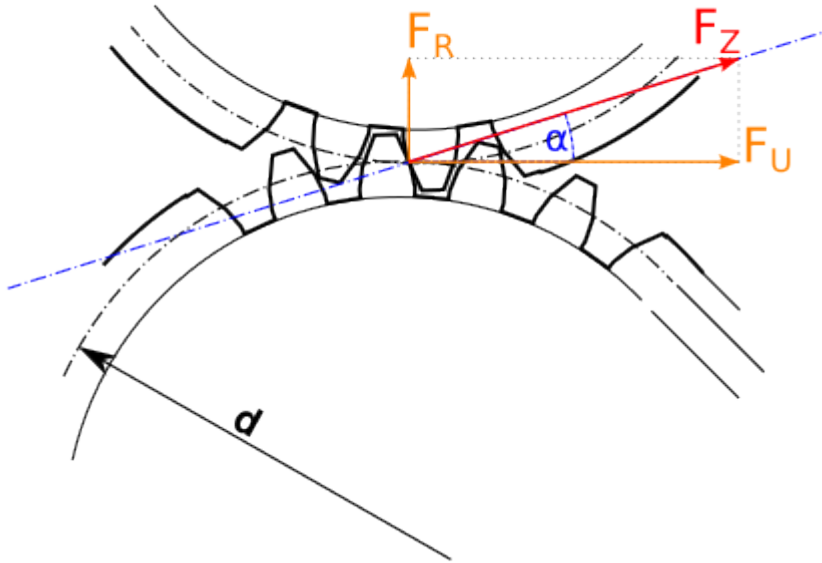
$$\begin{aligned}
 F_{U,2} &= M_b \cdot \frac{2}{d_2} \\
 &= 2972\text{Nm} \cdot \frac{2}{395\text{mm}} \\
 &= 2972\text{Nm} \cdot \frac{2}{0.395\text{m}} \\
 &\approx 15048\text{N}
 \end{aligned}$$

1.13 Welle B: Berechne die Umfangskraft $F_{U,3}$ am Strinrad 3 um das zuvor berechnete Drehmoment M_b zu übertagen.

$$M_b = F_{u,3} \cdot \frac{d_3}{2}$$

$$\begin{aligned}
 F_{U,3} &= M_b \cdot \frac{2}{d_3} \\
 &= 2972\text{Nm} \cdot \frac{2}{85\text{mm}} \\
 &= 2972\text{Nm} \cdot \frac{2}{0.085\text{m}} \\
 &\approx 69927\text{N}
 \end{aligned}$$

1.14 Welle b: Berechne die Zahnkraft $F_{Z,2}$ wie auch Radialkraft $F_{R,2}$ am Stirnrad 2.



$$\cos(\alpha) = \frac{F_{U,2}}{F_{Z,2}}$$

$$\begin{aligned} F_{Z,2} &= \frac{F_{U,2}}{\cos(\alpha)} \\ &= \frac{15048\text{Nm}}{\cos(20^\circ)} \\ &= \frac{15048\text{Nm}}{0.93969\dots} \\ &\approx 16014\text{N} \end{aligned}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{F_{R,2}}{F_{U,2}}$$

$$\begin{aligned} F_{R,2} &= F_{U,2} \cdot \tan(\alpha) \\ &= 15048\text{Nm} \cdot \tan(20^\circ) \\ &= 15048\text{Nm} \cdot 0.36397\dots \\ &\approx 5477\text{N} \end{aligned}$$

1.15 Welle b: Berechne die Zahnkraft $F_{Z,3}$ wie auch Radialkraft $F_{R,3}$ am Stirnrad 3.

$$\cos(\alpha) = \frac{F_{U,3}}{F_{Z,3}}$$

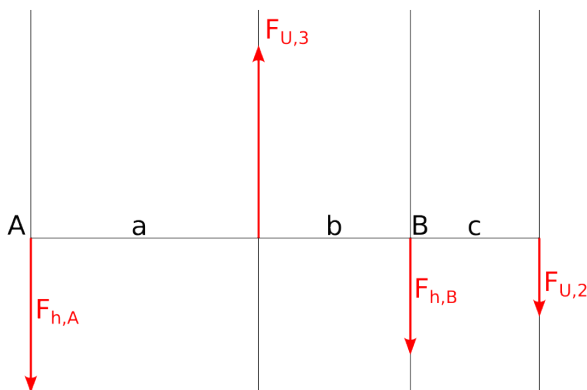
$$\begin{aligned} F_{Z,3} &= \frac{F_{U,3}}{\cos(\alpha)} \\ &= \frac{69927\text{Nm}}{\cos(20^\circ)} \\ &= \frac{69927\text{Nm}}{0.93969\dots} \\ &\approx 74415\text{N} \end{aligned}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{F_{R,3}}{F_{U,3}}$$

$$\begin{aligned} F_{R,3} &= F_{U,3} \cdot \tan(\alpha) \\ &= 69927\text{Nm} \cdot \tan(20^\circ) \\ &= 69927\text{Nm} \cdot 0.36397\dots \\ &\approx 25451\text{N} \end{aligned}$$

1.16 Welle b: Berechne die horizontalen Lagerkräfte $F_{h,A}$ und $F_{h,B}$ in den Lagern A und B.

Hinweis: Die horizontalen Lagerkräfte entstehen hier wegen der Umfangskräfte $F_{U,2}$ und $F_{U,3}$.



Bilde zuerst das Gleichgewicht der Momente um das Lager A. Bilde dann das Gleichgewicht der Kräfte.

Summe der Momente um A=0

$$F_{U,3} \cdot a - F_{h,B} \cdot (a + b) - F_{U,2} \cdot (a + b + c) = 0$$

$$\begin{aligned} F_{h,B} &= \frac{F_{U,3} \cdot a - F_{U,2} \cdot (a + b + c)}{a + b} \\ &= \frac{69927\text{N} \cdot 0.3\text{m} - 15048\text{N} \cdot 0.67\text{m}}{0.5\text{m}} \\ &\approx 21792\text{N} \end{aligned}$$

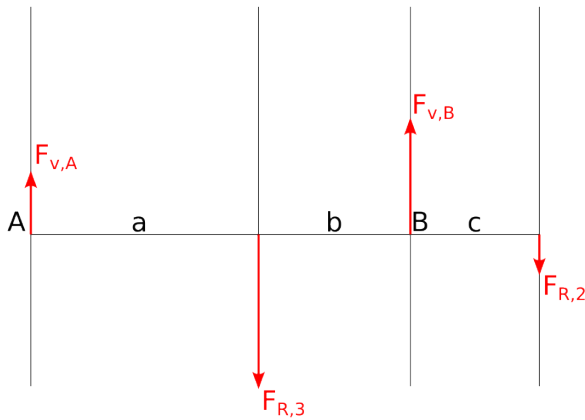
Summe der Kräfte = 0

$$-F_{h,A} + F_{U,3} - F_{h,B} - F_{U,2} = 0$$

$$\begin{aligned} F_{h,A} &= F_{U,3} - F_{h,B} - F_{U,2} \\ &= 69927\text{N} - 21792\text{N} - 15048\text{N} \\ &\approx 33087\text{N} \end{aligned}$$

1.17 Welle b: Berechne die vertikalen Lagerkräfte $F_{v,A}$ und $F_{v,B}$ in den Lagern A und B.

Hinweis: Die vertikalen Lagerkräfte entstehen hier wegen der Radialkräfte $F_{R,2}$ und $F_{R,3}$.



Bilde zuerst das Gleichgewicht der Momente um das Lager A. Bilde dann das Gleichgewicht der Kräfte.

Summe der Momente um A=0

$$-F_{R,3} \cdot a + F_{v,B} \cdot (a + b) - F_{R,2} \cdot (a + b + c) = 0$$

$$\begin{aligned} F_{v,B} &= \frac{F_{R,3} \cdot a + F_{R,2} \cdot (a + b + c)}{a + b} \\ &= \frac{25451\text{N} \cdot 0.3\text{m} + 5477\text{N} \cdot 0.67\text{m}}{0.5\text{m}} \\ &\approx 22610\text{N} \end{aligned}$$

Summe der Kräfte = 0

$$F_{v,A} - F_{R,3} + F_{v,B} - F_{R,2} = 0$$

$$\begin{aligned} F_{v,A} &= F_{R,3} - F_{v,B} + F_{R,2} \\ &= 25451\text{N} - 22610\text{N} - 5477\text{N} \\ &\approx 8318\text{N} \end{aligned}$$

1.18 Welle b: Berechne die resultierenden Lagerkräfte F_A und F_B in den Lagern A und B.

$$\begin{aligned} F_A &= \sqrt{F_{v,A}^2 + F_{h,A}^2} \\ &= \sqrt{(8318\text{N})^2 + (33087\text{N})^2} \\ &\approx 34117\text{N} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_B &= \sqrt{F_{v,B}^2 + F_{h,B}^2} \\ &= \sqrt{(22610\text{N})^2 + (21792\text{N})^2} \\ &\approx 31402\text{N} \end{aligned}$$

1.19 Welle b: Berechne die nominelle Lebensdauer in Betriebsstunden für das Lager A

Hinweis: Berechne zuerst die äquivalente Belastung.

Wir haben hier keine Axialkräfte, die äquivalente Belastung ist somit

$$\begin{aligned}P_A &= X \cdot F_r + Y \cdot F_a \\&= X \cdot F_A + Y \cdot 0 \\&= 1 \cdot 34117\text{N} \\&\approx 34117\text{N}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}L_{10h} &= \left(\frac{C}{P_A}\right)^3 \cdot 10^6 \cdot \frac{1}{60 \cdot n_2} \\&= \left(\frac{225000\text{N}}{34117\text{N}}\right)^3 \cdot 10^6 \cdot \frac{1}{60 \cdot 385 \frac{1}{\text{min}}} \\&\approx 12417\text{h}\end{aligned}$$

1.20 Welle c: Berechne die vorhandene Flächenpressung an der Passfeder und prüfe, ob diese unterhalb der zulässigen Flächenpressung liegt.

Hinweis: schreibe zunächst die Daten der Passfeder heraus, dann bestimme die Umfangskraft an der Welle.

Passfeder DIN 6885-1-A-32-18-160

Breite	b	32	mm
Höhe	h	18	mm
	t_1	11	mm
	t_2	7.4	mm
Länge	l	160	mm
Streckgrenze C45E	R_e	430	$\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$

$$\begin{aligned}F_{U,Passfeder} &= M_{ab} \cdot \frac{2}{d_{Passfeder}} \\&= 14510\text{Nm} \cdot \frac{2}{0.13\text{m}} \\&\approx 223231\text{N}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}p_{vorh} &= \frac{F_{U,Passfeder}}{h_{tr} \cdot l_{tr}} \\&= \frac{F_{U,Passfeder}}{(h - t_1) \cdot (l - b)} \\&= \frac{223231\text{N}}{(18\text{mm} - 11\text{mm}) \cdot (160\text{mm} - 32\text{mm})} \\&\approx 249 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\end{aligned}$$

$$p_{zul,Passfeder} = \frac{R_e}{\nu} = \frac{430 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}{1.5} \approx 286.7 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} > p_{vorh}$$